

# Tests Paramétriques

Arthur Charpentier

Octobre 2015

**1.** On dispose de  $n$  observations suivant une loi de Bernoulli  $\mathcal{B}(\theta)$ . On veut tester  $H_0 : \theta = \theta_0 = 52\%$  contre  $H_1 : \theta = \theta_1 = 48\%$ . Écrire la vraisemblance et donnez la région de rejet du test de Neyman-Pearson de niveau  $\alpha = 5\%$ . Quelle est la puissance de ce test.

**2.** On dispose de  $n$  observations suivant une loi normale  $\mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$ . On veut tester  $H_0 : \theta = \theta_0$  contre  $H_1 : \theta \neq \theta_0$ . Écrire le test du rapport de vraisemblance, sachant que  $\sigma^2$  est inconnue.

**3.** On dispose de  $n$  observations suivant une loi exponentielle  $\mathcal{E}(\theta)$ . On souhaite tester  $H_0 : \theta = \theta_0$  contre  $H_1 : \theta = \theta_1$ . Écrire la vraisemblance et donnez la région de rejet du test de Neyman-Pearson de niveau  $\alpha = 5\%$ . Quelle est la puissance de ce test.

**4.** On dispose de  $n$  observations suivant une loi normale  $\mathcal{N}(0, \theta)$ . On veut tester  $H_0 : \theta = \theta_0$  contre  $H_1 : \theta = \theta_1 > \theta_0$ . Supposons que la région de rejet du test de Neyman-Pearson est de la forme  $\{\bar{x} \geq \frac{\theta_0 + \theta_1}{2}\}$ . Quel est le niveau du test ? Quelle est la puissance du test ?

**5.** On dispose de  $n$  observations suivant une loi multinomiale  $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$  avec  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ . On veut tester  $H_0 : \forall i, j : p_i = p_j$  contre l'hypothèse  $H_1 : \exists i, j : p_i \neq p_j$ . Proposez un test de cette hypothèse.